

柳暗花明又一村

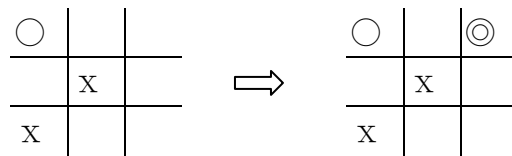
小魚兒

相信大家小的時候或當了父母後與子同樂時，一定玩過井字的 OX 遊戲，它的遊戲規則很簡單，遊戲者雙方交互下，誰先在井字圖上三個連成一線誰就獲勝。各位可能會認為這種小孩的玩意有何好講的，又與統計有何關係，其實「小地方，大道理」，就請諸位聽我細細道來。

即使是玩遊戲，對於遊戲的規則當然得事先說明，如果在下列二種假設情況下：

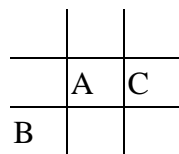
1. 先下。
2. 沒有失誤(若一方已下二個在一直線上時，則另一方一定要下在此直線之第三個位置，即如圖一中◎的位置)。

(圖一)



我們的問題是在先下的情況下，圖二中，A(中間)，B(角落)，C(側邊)三位置該選擇那一個，可以讓最後獲勝的機率比較高呢？

(圖二)

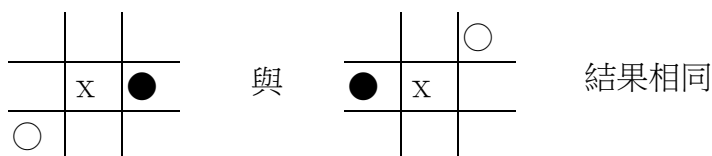


大多數人多會去選 A 吧！至少面面俱到獲勝機率相對應會比較高些，但真的如此嗎？仔細看看底下的分析結果：

1. 選 A(中間)的情況：

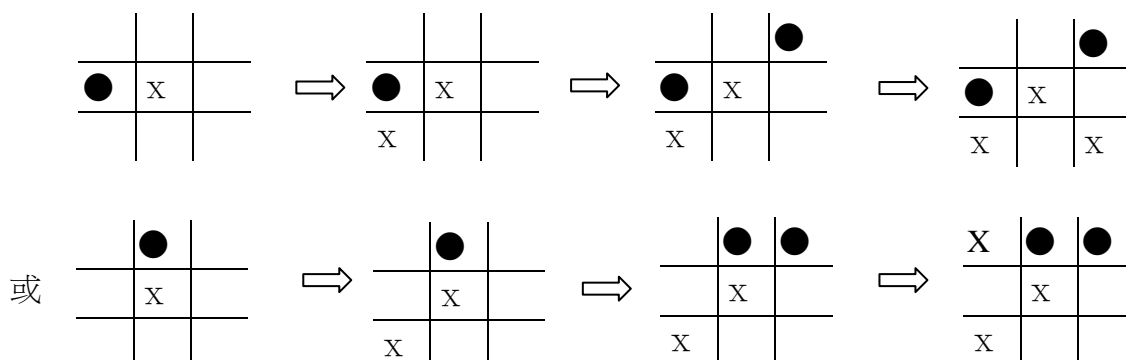
由於井字旋轉其形不會改變，故當先下選 A 時，對手可以下的地方可視為僅考慮●、○二個位置(圖三)；

(圖三)



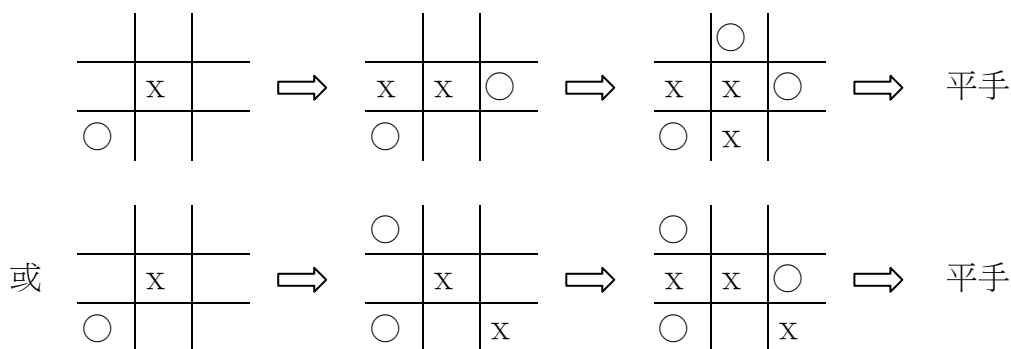
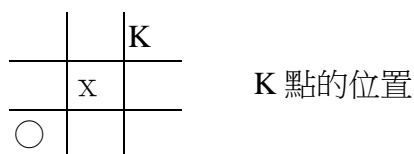
(1)若對手選●，則先下者一定獲勝，可以由圖四的下法得到這個確定的結果。

(圖四)



(2)若對手選○，則狀況稍為複雜，由圖五觀察，經驗算後可知，除 K 點外，其餘可下之處均因沒有失誤的限制下，喪失了獲勝機會(讀者可自行試試)。

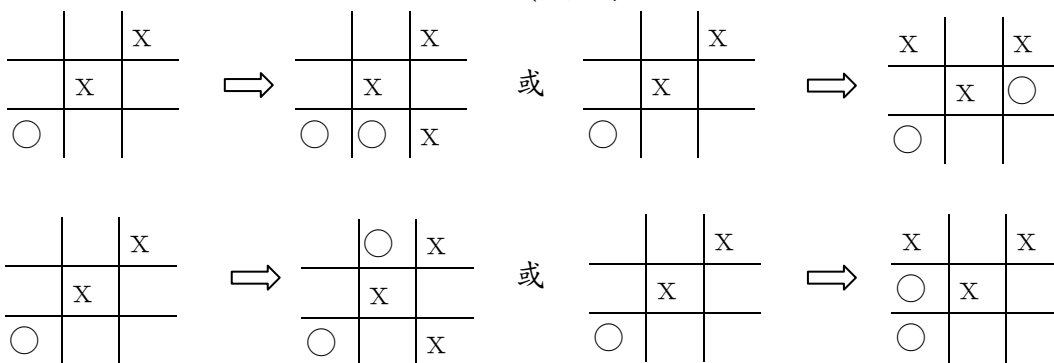
(圖五)



(註：其他結果可自行驗算)

至於 K 點，這位置完全讓出了主動攻擊的有利態勢，似乎不應會有較好結果了，但真是如此嗎？讓我們繼續分析下去：當先下者再下 K 點後，圖六下法說明在剩下的六個位置中，尚有四個位置還有獲勝機會，而另外二點也因沒有失誤的假設而導致無法取勝。這個結果頗令人意外，看起來有利的局勢並沒有得到實際的好處，反而不起眼或感覺會吃虧的做法，卻是最好的策略。

(圖六)



事實上，若以機率的觀點來看，先下者選擇 A 位置(中間)獲勝的機率可以計算如下：

$$P(A)=4/8 [(1)中，對手選●，在 8 個可選的位置中有 4 個先下者獲勝] +4/8 * 4/6 [(2)中，對手在 8 個可選的位置中有 4 個可選○，先下者再下 K 位置後，剩下的六個位置中，尚有四個位置可獲勝]=20/24$$

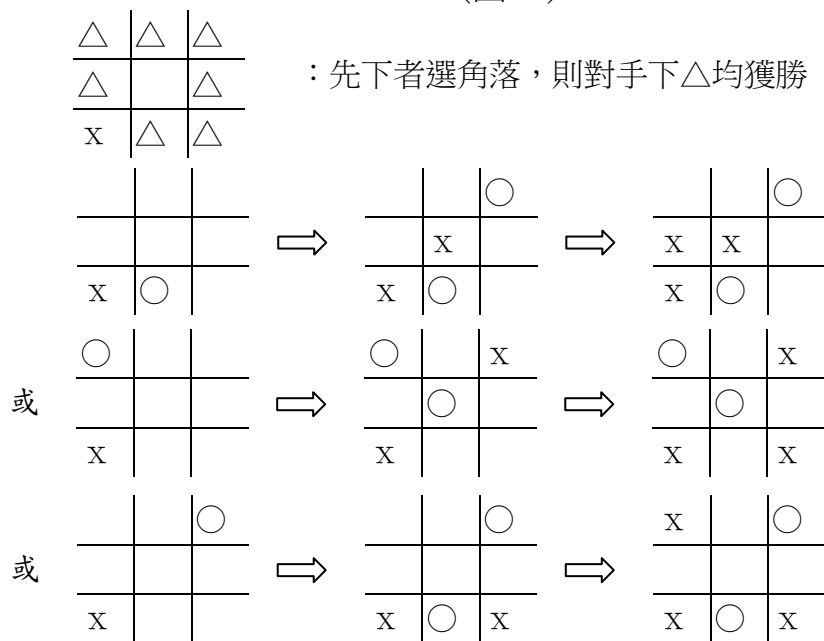
2.先下者選擇 B(角落)的情況：

(1)選 B 點有種被邊緣化的感覺，似乎無法接近權力(或利益)的核心，最後可以獲勝的機率也應該不如選擇 A 點；可是事實上並非如此，圖七的幾種分析情況，說明當先下 B 點時，對手除下前述的 A 點外，只要下其餘七個位置，先下者均獲勝，亦即先下者此時至少已有獲勝機率：

$$P(B)=7/8(八個位置中有七個點可以獲勝)=21/24$$

這時各位可以發現邊緣化的 B 點，其獲勝機率已超過在核心的 A 點 (21/24>20/24)

(圖七)

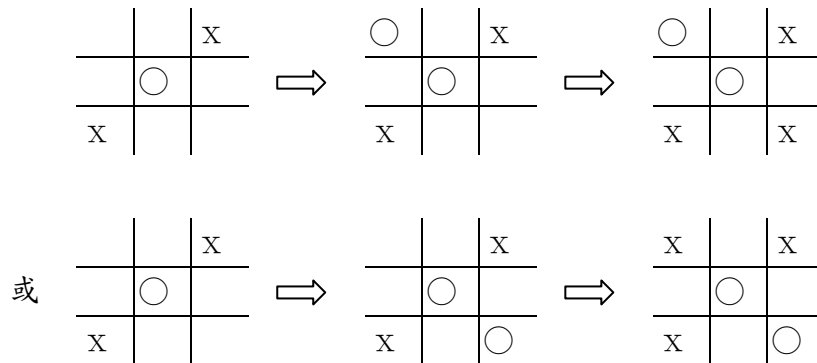
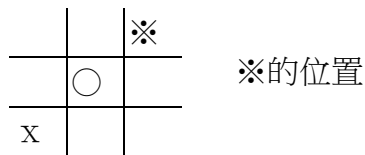


(註：其他結果可自行驗算)

(2)一般而言後下者在防守時，當然會考量各面兼顧的最佳位置 A 點，同樣的狀況，此時先下者應接著選擇下在看起來毫無作用的位置(如圖八的※)，因為下在其他六個位置事實上已無獲勝的機會，這時選※，還有一絲取勝的機會 $1/8 \times 2/6$

(圖八，對手先下了 A(中間)位置後，剩下六個位置若對手下了角落的二個則獲勝)，併計(1)及(2)之結果，先下者選擇 B(角落)獲勝的機率可得為： $P(B)=P((1))+P((2))=7/8+1/8 \times 2/6=22/24$

(圖八)



3.若選 C 位置(側邊)，則會是最差的選擇，各位可同上述分析方式得到這種結果，故不再多述。

所謂「山窮水盡疑無路，柳暗花明又一村」，人生境遇中，難免總會遇到一些挫折，然而到底是幸或不幸，有時是很難分辨的；如同上面毫不起眼的井字遊戲結果，或許抱著不驕不餒、泰然處之的態度去面對逆境，有時反而是最好的決策並能贏取最後勝利；另外統計分析與人生相結合，不也正是它有趣迷人的地方嗎？